

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВПО «КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

Инженерно-строительный факультет
Кафедра «Строительного производства»

Строительные конструкции, здания и сооружения

методические указания
по проведению самостоятельных занятий аспирантов

направление подготовки
08.06.01 «Техника и технологии строительства»

Краснодар
КубГАУ
2015

Практическое занятие №1

Глава I

ИЗГИБАЕМЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ

§1.1. РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПО СЕЧЕНИЯМ, НОРМАЛЬНЫМ К ПРОДОЛЬНОЙ ОСИ

1. Общий случай

Изгибаемые элементы рассчитываются по прочности, исходя из условий:

$$M \leq M_{\text{сеч}} = R_{\text{пр}} F_{\text{б}} r_{\text{б}} + R_{\text{а.с.}} F'_{\text{а}} z_{\text{а}} + \sigma_{\text{а}} F'_{\text{а.н.}} z_{\text{н}} \quad (1.1)$$

или

$$M \leq M_{\text{сеч}} = (R_{\text{а}} F_{\text{а}} + R_{\text{а.н.}} m_{\text{а4}} F_{\text{а.н.}}) z_{\text{б}} + R_{\text{а.с.}} F'_{\text{а}} (z_{\text{а}} - z_{\text{б}}) + \sigma_{\text{с}} F'_{\text{а.н.}} (z_{\text{н}} - z_{\text{б}}), \quad (1.2)$$

$$R_{\text{пр}} F_{\text{б}} + R_{\text{а.с.}} F'_{\text{а}} + \sigma_{\text{с}} F'_{\text{а.н.}} - R_{\text{а}} F_{\text{а}} + R_{\text{а.н.}} m_{\text{а4}} F_{\text{а.н.}} = 0, \quad (1.3)$$

которые, как известно, получаются из условий равновесия системы расчетных внешних нагрузок и внутренних усилий.

Здесь $m_{\text{а4}}$ – коэффициент условий работы напрягаемой арматуры, который для сталей повышенной прочности, напрягаемой выше предела текучести классов А - IV, Ат - IV, А - V, Ат - V, Ат - VI, В - II, Вр - II и

К - 7 определяется по формуле:

$$m_{\text{а4}} = \overline{m_{\text{а4}}} - (\overline{m_{\text{а4}}} - 1) \frac{\xi}{\xi_R}. \quad (1.4)$$

В формуле (1.4) $\overline{m_{\text{а4}}}$ – максимальное значение коэффициента $m_{\text{а4}}$:

- для арматуры классов А - IV и Ат - VI принимается равным 1,2;
- для арматуры классов А - V, Ат - V, В - II, Вр - II, К - 7 принимается равным 1,15
- для арматуры класса Ат - VI принимается равным 1,1

Для полного использования растянутой арматуры необходимо, чтобы высота сжатой зоны x не превышала ее граничного значения $x_{\text{гр}}$. Таким образом, формулы (1.1) – (1.3) применимы при соблюдении условия:

$$\xi = \frac{x}{h_0} \leq \xi_R = \frac{x_{\text{гр}}}{h_0} \quad (1.5)$$

Граничное значение относительной высоты сжатой зоны бетона определяется по эмпирической формуле:

$$\xi = \frac{\xi_0}{1 + \frac{\sigma_a}{4000} \left(1 - \frac{h_0 \xi_0}{h}\right)}, \quad (1.6)$$

где ξ_0 – относительная высота условий сжатой зоны, соответствующая нулевым напряжениям в растянутой арматуре; для элементов из тяжелого бетона:

$$\xi_0 = 0,85 - 0,0008R_{пр}. \quad (1.7)$$

В формуле (1. 6) σ_a – напряжение в арматуре;

- для арматуры классов А – I, А – II, А – III, В – I и Вр – I $\sigma_a = R_a$;
- для других видов арматуры, применяемых в предварительно-напряженных конструкциях, $R_a + 4000 - \sigma_0$.

Для упрощения вычислений в формуле (1.6) допускается принимать $\frac{h}{h_0} = 1,1$.

Принятая в формулах (1.1) – (1.3) предпосылка о том, что напряжение в сжатой ненапрягаемой арматуре равно расчетному сопротивлению арматуры $R_{a.c.}$, оправдано только в том случае, когда равнодействующая усилий в этой арматуре будет расположена дальше от нейтральной оси, чем равнодействующая в сжатой зоне бетона. Поэтому указанные формулы справедливы лишь при соблюдении условия

$$z_6 \leq z_a, \quad (1.8)$$

которое для прямоугольных сечений принимает вид

$$x \geq 2a'. \quad (1.8)$$

Если это условие не соблюдается, что возможно при избыточном количестве сжатой арматуры F'_a , то требуемое количество растянутой арматуры определяется из условия

$$M \leq M_{сеч} = (R_a F_a + R_{a.н.} m_{a4} F_{a.н.}) z_a = N_a z_a. \quad (1.9)$$

Если расчет по этой формуле приводит к увеличению требуемой площади растянутой арматуры (или уменьшению несущей способности) по сравнению

с расчетом без учета сжатой арматуры F'_a , то расчет следует производить по формулам (1.1) – (1.3), приняв:

$$F'_a = 0; \quad \sigma_c = -m_T \sigma'_0.$$

В случае когда площадь растянутой арматуры по конструктивным соображениям или из расчета по предельным состояниям второй группы принята больше, чем требуется для соблюдения условия (1.5), т. е. при втором случае расчета, следует учитывать, что разрушение сжатой зоны бетона может произойти раньше, чем напряжения в растянутой арматуре достигнут предельной величины, т. е. при $\sigma_a < R_a$. Если при этом арматура расположена в несколько рядов, напряжения в каждом ряду будут разные в зависимости от их удаления от нейтральной оси.

В связи с этим в расчетные уравнения (1.2) и (1.3) вместо R_a необходимо подставлять напряжение, фактически достигнутое к моменту наступления предельного состояния элемента, которое для каждого ряда i определяется по формуле

$$\sigma_{a,i} = \frac{4000}{1 - \frac{\xi_0 h_{0i}}{h}} \left(\frac{\xi_0}{\xi_i} - 1 \right) + \sigma_{0i} \leq R_a, \quad (1.10)$$

где $\xi_i = \frac{x}{h_{0i}}$; h_{0i} – рабочая высота сечения, принимаемая равной расстоянию от наиболее сжатой грани до центра тяжести сечения арматуры того ряда, в котором напряжение определяется; σ_{0i} – предварительное напряжение арматуры рассматриваемого ряда.

Если полученное по формуле (1.10) значение $\sigma_{a,i}$, для арматуры классов А – IV, Ат – IV, А – V, В – II, Вр – II и К – 7 превысит $0,8 R_a$, то

$$\sigma_{a,i} = \left(0,8 + 0,2 \frac{\xi_{0,8R_i} - \xi_i}{\xi_{0,8R_i} - \xi_{R_i}} \right) R_a \leq R_a, \quad (1.11)$$

где ξ_{R_i} и $\xi_{0,8R_i}$ – значения относительной высоты сжатой зоны бетона по отношению к h_{0i} , при которых напряжение в арматуре рассматриваемого ряда достигнет соответственно R_a и $0,8R_a$ и которые определяются по формуле (1.6) с подстановкой в нее следующих значений $\sigma_{a,i}$:

$$\sigma_{a,i} = R_{a,i} + 4000 - \sigma_{0i} \text{ при определении } \xi_{R_i};$$

$$\sigma_{a,i} = 0,8R_{a,i} - \sigma_{0i} \text{ при определении } \xi_{0,8R_i}.$$

Если при расчете элементов из тяжелого бетона и бетона на пористых заполнителях учитывается коэффициент условий работы $m_{б1} = 0,85$, то цифра 4000, входящая в формулы (1.6) и (1.10) и применяемая при вычислении $\sigma_{a,i}$, заменяется цифрой 5000.

Следует отметить, что учет фактической величины напряжения в растянутой арматуре переармированных элементов практически приводит лишь к небольшому повышению несущей способности; поэтому при несоблюдении условия (1.5) допускается расчет по формулам (1.1) – (1.3) при $x_{гр} = \xi_R h_0$.

Все приведенные в этом параграфе формулы пригодны для расчета обычных и предварительно-напряженных элементов любой симметричной формы сечения с одиночной и двойной арматурой. Для конкретных сечений и конкретного вида армирования эти формулы упрощаются. Кроме того, их можно привести к виду, удобному для табулирования.

2. Элементы прямоугольного сечения с одиночной арматурой

Для элементов прямоугольного сечения с одиночной арматурой после подстановки F_6 и z_6 и соответствующих преобразований формулы (1.1) – (1.3) соответственно примут вид:

$$M \leq M_{сеч.} = A_0 R_{пр} b h_0^2; \quad (1.12)$$

$$M \leq M_{сеч.} = (R_a F_a + R_{a.н.} m_{a\xi} F_{a.н.}) v h_0 = N_a v h_0; \quad (1.13)$$

$$\xi R_{пр} b h_0 = R_a F_a + R_{a.н.} m_{a\xi} F_{a.н.} = N_a. \quad (1.14)$$

В зависимости от ξ значения

$$A_0 = \xi(1 - 0,5\xi) \quad (1.15)$$

и

$$v = 1 - 0,5\xi \quad (1.16)$$

приведены в табл. 1.1.

Решая уравнения (1.12) – (1.14) относительно A_0 , ξ , h_0 и N_a (или $F_{a.н.}$ и F_a), получим:

из уравнения (1.12)

$$A_0 = \frac{M}{bh_0^2 R_{np}} \quad (1.17)$$

и

$$h_0 = \sqrt{\frac{M}{A_0 b R_{np}}}; \quad (1.18)$$

Таблица 1.1. Значения ξ , ν и A_0

ξ	ν	A_0	ξ	ν	A_0	ξ	ν	A_0
0,01	0,995	0,01	0,25	0,875	0,219	0,49	0,755	0,37
0,02	0,99	0,02	0,26	0,87	0,226	0,5	0,75	0,375
0,03	0,985	0,03	0,27	0,865	0,234	0,51	0,745	0,38
0,04	0,98	0,039	0,28	0,86	0,241	0,52	0,74	0,385
0,05	0,975	0,049	0,29	0,855	0,248	0,53	0,735	0,39
0,06	0,97	0,058	0,3	0,85	0,255	0,54	0,73	0,394
0,07	0,965	0,068	0,31	0,845	0,262	0,55	0,725	0,399
0,08	0,96	0,077	0,32	0,84	0,269	0,56	0,72	0,403
0,09	0,955	0,086	0,33	0,835	0,276	0,57	0,715	0,408
0,1	0,95	0,095	0,34	0,83	0,282	0,58	0,71	0,412
0,11	0,945	0,104	0,35	0,825	0,289	0,59	0,705	0,416
0,12	0,94	0,113	0,36	0,82	0,295	0,6	0,7	0,42
0,13	0,935	0,122	0,37	0,815	0,302	0,61	0,695	0,424
0,14	0,93	0,13	0,38	0,81	0,308	0,62	0,69	0,428
0,15	0,925	0,139	0,39	0,805	0,314	0,63	0,685	0,432
0,16	0,92	0,147	0,4	0,8	0,32	0,64	0,68	0,435
0,17	0,915	0,156	0,41	0,795	0,326	0,65	0,675	0,439

0,18	0,91	0,164	0,42	0,79	0,332	0,66	0,672	0,442
0,19	0,905	0,172	0,43	0,785	0,338	0,67	0,665	0,446
0,2	0,9	0,18	0,44	0,78	0,343	0,68	0,66	0,449
0,21	0,895	0,188	0,45	0,775	0,349	0,69	0,655	0,452
0,22	0,89	0,196	0,46	0,77	0,354	0,7	0,65	0,455
0,23	0,885	0,204	0,47	0,765	0,36			
0,24	0,88	0,211	0,48	0,76	0,365			

Из уравнения (1.13)

$$N_a = \frac{M}{vh_0}. \quad (1.19)$$

Растягивающее усилие N_a может восприниматься только напрягаемой или только обычной арматурой или же совместно напрягаемой обычной. В зависимости от этих условий необходимая площадь сечения арматуры из уравнения (1.14) соответственно определяется так:

$$1) F_{a.н.} = \frac{N_a}{m_{a4}R_{a.н.}} \text{ или } F_{a.н.} = \xi bh_0 \frac{R_{пп}}{m_{a4}R_{a.н.}}; \quad (1.20)$$

$$2) F_a = \frac{N_a}{R_a} \text{ или } F_a = \xi bh_0 \frac{R_{пп}}{R_a}; \quad (1.21)$$

$$3) F_{a.н.} = \frac{N_a - R_a F_a}{m_{a4}R_{a.н.}} \text{ или } F_{a.н.} = \frac{R_{пп} \xi bh_0 - R_a F_a}{m_{a4}R_{a.н.}}. \quad (1.22)$$

В последнем случае площадью ненапрягаемой арматуры F_a задаются, учитывая конструктивные требования.

Из уравнения (1.14)

$$\xi_H = \frac{F_{a.н.} m_{a4} R_{a.н.} + R_a F_a}{bh_0 R_{пп}} = \mu_H \frac{m_{a4} R_{a.н.}}{R_{пп}} + \mu_a \frac{R_a}{R_{пп}}. \quad (1.23)$$

Значение μ_a известно, так как площадью F_a обычно задаются; при этом коэффициент армирования напрягаемой арматурой

$$\mu_H = \left(\xi_H - \mu_a \frac{R_a}{R_{пп}} \right) \frac{R_{пп}}{R_{a.н.} m_{a4}}. \quad (1.24)$$

При наличии только напрягаемой арматуры

$$\xi_H = \frac{m_{a4} R_{a.n.} F_{a.n.}}{R_{пр} b h_0} = \mu_H \frac{m_{a4} R_{a.n.}}{R_{пр}} \text{ или } \mu_H = \xi_H \frac{R_{пр}}{m_{a4} R_{a.n.}}; \quad (1.25)$$

При обычной арматуре

$$\xi_a = \frac{R_a F_a}{R_{пр} b h_0} = \mu_a \frac{R_a}{R_{пр}} \text{ или } \mu_a = \xi_a \frac{R_{пр}}{R_a}. \quad (1.26)$$

Если в формулу (1.15) подставить $\xi = \xi_R$, то получим граничное значение коэффициента

$$A_R = \xi_R (1 - 0,5 \xi_R) \quad (1.15')$$

и величину предельного изгибающего момента, который может быть воспринят сечением с одиночной арматурой:

$$M^{\text{пред}} = A_R b h_0^2 R_{пр}. \quad (1.27)$$

Граничные значения ξ_R и A_R для железобетонных элементов без предварительного напряжения приведены в табл. 1.2.

Основным показателем, характеризующим насыщение сечения элемента арматурой, является коэффициент или процент армирования

$$\mu = \frac{F_a}{b h_0} 100\%.$$

Минимальное значение $\mu = 0,05\%$, а максимальное может быть получено из формул (1.24) – (1.26).

При $\xi = \xi_R$ максимальный коэффициент армирования определяется формулами:

$$\mu_{H.\text{макс}} = \left(\xi_{H,R} - \mu_a \frac{R_a}{R_{пр}} \right) \frac{R_{пр}}{m_{a4} R_{a.n.}}; \quad (1.28)$$

$$\mu_{H.\text{макс.}} = \xi_{H,R} \frac{R_{пр}}{m_{a4} R_{a.n.}}; \quad (1.29)$$

$$\mu_{a.\text{макс}} = \xi_{a,R} \frac{R_{пр}}{R_a}. \quad (1.30)$$

Таблица 1.2. Значения ξ_0 , ξ_R , A_R и s

Коэф.	Класс	Обозна	Проектная марка бетона М
-------	-------	--------	--------------------------

условий работы бетона $m_{б1}$	растяну той арматур ы	чение	150	200	250	300	350	400	450	500	600
			0,85	Любой	ξ_0	0,802	0,79	0,774	0,758	0,746	0,73
А – III и Вр - I	ξ_R	0,677		0,663	0,644	0,625	0,612	0,594	0,581	0,563	0,542
	A_R	0,448		0,443	0,437	0,43	0,425	0,418	0,412	0,405	0,395
	s	5,43		5,22	4,96	4,73	4,57	4,37	4,23	4,06	3,87
В - I	ξ_R	0,685		0,671	0,652	0,634	0,62	0,602	0,589	0,572	0,55
	A_R	0,45		0,446	0,44	0,433	0,428	0,421	0,416	0,408	0,399
	s	5,86		5,63	5,36	5,1	4,93	4,72	4,57	4,39	4,18
А – II	ξ_R	0,7		0,686	0,667	0,649	0,635	0,618	0,605	0,587	0,566
	A_R	0,455		0,451	0,445	0,438	0,434	0,427	0,422	0,415	0,406
	s	6,83		6,57	6,25	5,95	5,75	5,5	5,33	5,12	4,87
А – I	ξ_R	0,72		0,706	0,688	0,67	0,657	0,64	0,627	0,609	0,588
	A_R	0,461		0,457	0,451	0,446	0,441	0,435	0,43	0,424	0,415
	s	8,79	8,45	8,03	7,66	7,4	7,08	6,86	6,58	6,26	
1	Любой	ξ_0	0,794	0,778	0,758	0,742	0,726	0,71	0,694	0,678	0,654
	А – III и Вр - I	ξ_R	0,642	0,623	0,599	0,581	0,563	0,546	0,528	0,511	0,486
		A_R	0,436	0,429	0,42	0,412	0,405	0,397	0,389	0,381	0,368
		s	4,23	4,02	3,78	3,61	3,46	3,32	3,19	3,07	2,9
	В - I	ξ_R	0,651	0,632	0,609	0,591	0,573	0,555	0,538	0,52	0,496
		A_R	0,439	0,432	0,423	0,416	0,409	0,401	0,393	0,385	0,373
		s	4,56	4,34	4,08	3,9	3,73	3,58	0,44	3,3	3,13
	А – II	ξ_R	0,668	0,65	0,626	0,608	0,59	0,573	0,555	0,538	0,513
		A_R	0,445	0,439	0,43	0,423	0,416	0,409	0,401	0,393	0,382
		s	5,32	5,06	4,76	4,55	4,36	4,18	4,01	3,86	3,65
	А – I	ξ_R	0,693	0,674	0,652	0,634	0,616	0,598	0,581	0,564	0,539
		A_R	0,453	0,447	0,439	0,433	0,426	0,419	0,412	0,405	0,394
s		6,85	6,5	6,12	5,85	5,6	5,37	5,16	4,96	4,7	
1.1	Любой	ξ_0	0,79	0,77	0,754	0,734	0,714	0,698	0,678	0,662	0,634

	А – III и Вр - I	ξ_R	0,637	0,613	0,595	0,572	0,55	0,532	0,511	0,495	0,466
		A_R	0,434	0,425	0,418	0,408	0,399	0,391	0,381	0,372	0,357
		s	0,47	3,92	3,74	3,53	3,35	3,22	3,07	2,95	2,78
	В - I	ξ_R	0,646	0,623	0,604	0,581	0,559	0,542	0,521	0,504	0,475
		A_R	0,437	0,429	0,422	0,412	0,403	0,395	0,385	0,377	0,362
		s	4,5	4,23	4,04	3,81	3,62	3,47	3,31	3,19	3
	А – II	ξ_R	0,664	0,64	0,622	0,599	0,577	0,56	0,538	0,522	0,493
		A_R	0,443	0,435	0,429	0,42	0,411	0,403	0,393	0,386	0,371
		s	5,25	4,94	4,71	4,45	4,22	4,05	3,86	3,72	3,5
	А – I	ξ_R	0,688	0,665	0,647	0,625	0,603	0,586	0,564	0,547	0,519
		A_R	0,451	0,444	0,438	0,43	0,421	0,414	0,405	0,398	0,384
		s	6,76	6,35	6,05	5,72	5,43	5,21	4,96	4,78	0,449

$$\xi_0 = 0,85 - 0,0008R_{пр}; \xi_R = \frac{\xi_0}{1 + \frac{R_a}{\sigma_\varepsilon} \left(1 - \frac{\xi_0}{1,1}\right)}$$

$$A_R = \xi_R(1 - 0,5\xi_R); s = \frac{\sigma_\varepsilon}{R_a \left(1 - \frac{\xi_0}{1,1}\right)}$$

Таблица 1.3. Алгоритмы расчета изгибаемых элементов прямоугольного сечения с одиночной арматурой

Порядок действия	Тип задачи

	I	II	III
1	Ориентировочно задаёмся размерами защитного слоя и диаметра арматурных стержней и определяем a – расстояние от нижней грани балки до равнодействующей усилий в растянутой арматуре	<p>А. Задаёмся оптимальным процентом армирования.</p> <p>Б. По формуле (1.23), или (1.25), или (1.26) определяем ξ.</p> <p>В. По табл. 1.1 находим A_0.</p> <p>Г. Задаёмся размером b, по формуле (1.18) определяем h_0.</p> <p>Д. Ориентировочно задаваясь значением a, определяем высоту $h = h_0 + a$ и округляем ее до значения, кратного 5 или 10 см.</p>	Задаёмся размером a – расстоянием от нижней грани балки до точки приложения равнодействующей усилий в растянутой арматуре.
2	Определяем рабочую высоту сечения $h = h_0 - a$		
3	Из формулы (1.17) определяем A_0	По формуле (1.23) или (1.26) определяем ξ	
4	По формуле (1.6) (для предварительно-напряженных элементов) или же по табл. 1.2 (для обычных) определяем ξ_R и A_R .		
5	При $A_0 > A_R$ переходим к п. 11, при $A_0 < A_R$ – к п. 6.	Переходим к п. 6 ⁺ .	При $\xi > \xi_R$ переходим к п. 9, при $\xi < \xi_R$ – к п. 6.
6	По табл. 1.1 находим ξ		По табл. 1.1 находим A_0 .
7	При необходимости по формуле (1.4) определяем и уточняем m_{a4}		При m_{a4} , отличающемся от единицы или первоначального его значения, перейти к п. 4; если m_{a4} не изменилось, переходим к п. 8.
8	По формуле (1.20) или (1.22) определяем необходимую площадь арматуры $F_{a.n.}$ или по формуле (1.21) - F_a .		По формуле (1.12) определяем несущую способность $M_{сеч.}$
9	Определяем минимальную площадь арматуры по	Подбираем арматурные стержни.	Предельную несущую способность $M_{сеч.}$

	формуле $F_{a, \text{мин.}} = \mu_{\text{мин.}} b h_0$	Конец.	Определяем по формуле (1.27)
10	Принимаем большее из полученных значений (пп. 8 и 9) и подбираем арматурные стержни. Конец.		При $M_{\text{сеч.}} > M$ несущая способность обеспечена. Конец.
11	Увеличиваем размеры сечения по алгоритму для задач типа II или переходим к двойному армированию		

Примечание: пункт 5 для задачи типа II отсутствует.

Максимальный процент армирования зависит от марки бетона и класса арматурной стали. Например, для бетона марки М300 ($R_{\text{пр}}=135$ кгс/см²) и арматуры класса А – III ($R_a=3400$ кгс/см²).

$$\mu_{\text{макс.}} = \xi_{a,R} \frac{R_{\text{пр}}}{R_a} = 0,58 \frac{135}{3400} 100\% = 2,3\%.$$

Оптимальный процент армирования для изгибаемых элементов $\mu=0,5 \dots 1,5\%$.

При расчете изгибаемых элементов прямоугольного сечения с одиночной (обычной или напрягаемой) арматурой встречается три типа задач.

Задача типа I. Известны размеры b и h , марка бетона $R_{\text{пр}}$ и класс арматурной стали R_a , $R_{a,н.}$, а также изгибающий момент M . Требуется подобрать необходимое количество растянутой арматуры.

Задача типа II. Известны изгибающий момент M , марка бетона $R_{\text{пр}}$ и класс арматурной стали R_a . Требуется подобрать размеры сечения b и h и определить необходимую площадь арматуры.

Задача типа III. Известен изгибающий момент M , размеры сечения b и h , площадь арматуры F_a или $F_{a,н.}$ или площади обеих вместе, марка бетона $R_{\text{пр}}$ и класс арматурной стали R_a . Требуется проверить несущую способность

элемента, т. е. определить изгибающий момент, который может быть воспринят сечением и сравнить его с действующим моментом.

Алгоритмы решения задач всех трех типов приведены в табл. 1.3.

Задача типа I

Пример 1.1. Дано: расчетный изгибающий момент $M=15 \text{ тс} \cdot \text{м}$; размеры сечения: $b=25 \text{ см}$, $h=50 \text{ см}$. Требуется определить площадь сечения арматуры F_a .

Решение. Предположим, что рассматриваемый элемент проектируется без предварительного напряжения. Тогда для него целесообразно принять марку бетона 200 ($m_{б1} = 0,85$; $R_{пр}=90 \cdot 0,85 = 77 \text{ кгс/см}^2$) и класс арматурной стали А - III ($R_a = 3400 \text{ кгс/см}^2$).

Решение ведем в соответствии с алгоритмом (табл. 1.3):

$$a=2+\frac{2}{2}=3 \text{ см}; \quad h_0=50-3=47 \text{ см};$$

$$A_0 = \frac{M}{R_{пр} b h_0^2} = \frac{1\ 500\ 000}{25 \cdot 47^2 \cdot 77} = 0,35.$$

По табл. 1.2. $A_R = 0,44 > A_0$; по табл. 1.1. $\xi = 0,45$. Необходимая площадь сечения арматуры по формуле (1.21):

$$F_a = \xi b h_0 \frac{R_{пр}}{R} = 0,45 \cdot 25 \cdot 47 \frac{77}{3400} = 11,8 \text{ см}^2;$$

$$F_{a.мин.} = \mu_{мин.} b h_0 = 0,001 \cdot 25 \cdot 47 = 1,17 < 11,8 \text{ см}^2.$$

Подбираем стержни по площади $11,8 \text{ см}^2$, принимаем $4\emptyset 20\text{А} - \text{III}$ ($F_a = 12,56 \text{ см}^2$).

Если бы элемент проектировали предварительно-напряженным, для него следовало бы принять более высокую марку бетона и более высокий класс арматурной стали, например, бетон марки 300 ($m_{б1} = 0,85$; $R_{пр} = 135 \cdot 0,85 = 115 \text{ кгс/см}^2$) и сталь класса Ат - VI ($R_a = 8000 \text{ кгс/см}^2$). В этом случае необходимо знать установившееся (т. е. с учетом всех потерь) предварительное напряжение, например $\sigma_{02} = 5800 \text{ кгс/см}^2$.

Ход расчета остается прежним:

$$A_0 = \frac{M}{R_{\text{пр}} b h_0^2} = \frac{1\,500\,000}{25 \cdot 47^2 \cdot 115} = 0,236;$$

$$\sigma_A = R_a + 4000 - \sigma_{02} = 8000 + 4000 - 5800 = 6200 \text{ кгс /см}^2;$$

по табл. 1.1 $\xi_0 = 0,758$, а по формуле (1.6):

$$\xi_R = \frac{\xi_0}{1 + \frac{\sigma_A}{5000} \left(1 - \frac{\xi_0}{1,1}\right)} = \frac{0,758}{1 + \frac{6200}{5000} \left(1 - \frac{0,758}{1,1}\right)} = 0,54$$

и $A_R = \xi_R (1 - 0,5 \xi_R) = 0,54 (1 - 0,5 \cdot 0,54) = 0,39 > A_0 = 0,236$.

По табл. 1.1 $\xi = 0,27$; тогда

$$m_{a4} = \overline{m_{a4}} - (\overline{m_{a4}} - 1) \frac{\xi}{\xi_R} = 1,1 - (1,1 - 1) \frac{0,27}{0,54} = 1,09;$$

$$F_{a.н} = \frac{R_{\text{пр}}}{m_{a4} R_{a.н}} \xi b h_0 = \frac{115}{1,09 \cdot 8000} 0,27 \cdot 25 \cdot 47 = 4,15 \text{ см}^2 > F_{a.мин} = 1,17 \text{ см}^2.$$

Принимаем $4\emptyset 18 \text{ Ат VI}$ ($F_{a.н} = 5,09 \text{ см}^2$).

Предварительно-напряженные элементы могут иметь не только напрягаемую арматуру $F_{a.н}$, но и обычную F_a . Предположим, что в нашем примере кроме напрягаемой арматуры из стали Ат - VI есть ненапрягаемая арматура из стали А - III. Тогда расчет остается прежним, но, подбирая арматурные стержни, нужно учесть количество ненапрягаемой арматуры. Назначим ее в виде $2\emptyset 10 \text{ III}$ ($F_a = 1,57 \text{ см}^2$). В этом случае площадь сечения напрягаемой арматуры по формуле (1.22):

$$F_{a.н} = \frac{R_{\text{пр}} \xi b h_0 - R_a F_a}{m_{a4} R_{a.н}} = \frac{115 \cdot 0,27 \cdot 25 \cdot 47 - 3400 \cdot 1,57}{1,03 \cdot 8000} = 3,7 \text{ см}^2.$$

Принимаем $2\emptyset 16 \text{ Ат VI}$ ($F_{a.н} = 4,02 \text{ см}^2$).

Задача типа II

Пример 1.2. Дано: расчетный изгибающий момент $M = 12$ тс·м ; марка бетона М200 ($m_{61} = 1$; $R_{\text{пр}} = 90$ кгс/см²); арматура из стали класса А – III ($R_a = 3400$ кгс/см²). Требуется определить размеры сечения элемента b и h и площадь сечения арматуры F_a .

Решение. Задаемся оптимальным процентом армирования $\mu = 1,2$ % и определяем

$$\xi = \mu \frac{R_a}{R_{\text{пр}}} = 0,012 \frac{3000}{3400} = 0,45;$$

по табл. 1.1 $A_0 = 0,349$.

Задаемся размером $b = 20$ см и по формуле (1.18) найдем:

$$h_0 = \sqrt{\frac{M}{A_0 R_{\text{пр}} b}} = \frac{1\,200\,000}{0,349 \cdot 90 \cdot 20} = 43,7 \text{ см}$$

Пусть $a = 3$ см; тогда $h = h_0 + a = 43,7 + 3 = 46,7$ см; округляя, принимаем $h = 45$ см и находим $h_0 = 45 - 3 = 42$ см.

Определяем:

$$A_0 = \frac{M}{R_{\text{пр}} b h_0^2} = \frac{1\,200\,000}{90 \cdot 20 \cdot 42^2} = 0,378;$$

по табл. 1.1 $\xi = 0,506$.

Требуемая площадь арматуры по формуле (I.21)

$$F_a = \xi b h_0 \frac{R_{\text{пр}}}{R_a} = \frac{90}{3400} 0,506 \cdot 20 \cdot 442 = 11,3 \text{ см}^2.$$

Принимаем 3Ø22АIII ($F_a = 11,4$ см²).

При необходимости замены арматуры класса А - III на арматуру другого класса (например, А - II) площадь арматуры

$$F_{a2} = \frac{R_{a1} F_{a1}}{R_{a2}} = \frac{3400 \cdot 11,3}{2700} = 14,2 \text{ см}^2.$$

В этом случае необходимо принять 3Ø25АII ($F_{a2} = 11,4$ см²).

Если замена производится на сталь более высокого класса, например, при необходимости предварительного напряжения, этот пересчет несколько сложнее, так как, во-первых, нужно принять и более высокую марку бетона, а во-вторых, может возникнуть необходимость учета коэффициента m_{a4} . При этом ход расчета остается практически одинаковым.

Практическое занятие №2

Задача типа III

Пример 1.3. Дано: расчетный момент $M=18\text{тс}\cdot\text{м}$; $b=25\text{ см}$; $h=50\text{ см}$; марка бетона М400 ($m_{61}=1$; $R_{\text{пр}}=175\text{ кгс/см}^2$) арматура обычная $2\emptyset 10\text{АII}$ ($F_a=1,87\text{ см}^2$; $R_a=2700\text{ кгс/см}^2$) и напрягаемая $8\emptyset 8\text{ВрII}$ ($F_{a.н.}=8400\text{ кгс/см}^2$; установившееся напряжение $\sigma_{02}=7200\text{ кгс/см}^2$). Требуется проверить несущую способность.

Решение. При расстоянии от растянутой грани до точки приложения равнодействующей во всей растянутой арматуре $a=4\text{ см}$. Определяем:

$$\xi = \frac{R_{a.н.}F_{a.н.} + R_a F_a}{bh_0 R_{\text{пр}}} = \frac{8400 \cdot 4,02 + 2700 \cdot 1,57}{25 \cdot 46 \cdot 175} = 0,193;$$

из табл. 1.2 $\xi_0=0,71$;

по формуле (1.6)

$$\xi_R = \frac{\xi_0}{1 + \frac{\sigma_A}{4000} \left(1 - \frac{\xi_0}{1,1}\right)} = \frac{0,71}{1 + \frac{7200}{4000} \left(1 - \frac{0,71}{1,1}\right)} = 0,39,$$

и, наконец,

$$A_R = \xi_R (1 - 0,5 \xi_R) = 0,39 (1 - 0,5 \cdot 0,39) = 0,314.$$

Затем находим:

$$m_{a4} = \overline{m_{a4}} - (\overline{m_{a4}} - 1) \frac{\xi}{\xi_R} = 1,15 - (1,15 - 1) \frac{0,193}{0,39} = 1,075;$$

$$R_a m_{a4} = 8400 \cdot 1,075 = 9000\text{ кгс/см}^2.$$

Вносим коррективы в определение ξ :

$$\xi = \frac{R_{a.н.}F_{a.н.} + R_a F_a}{bh_0 R_{\text{пр}}} = \frac{9000 \cdot 4,02 + 2700 \cdot 1,57}{25 \cdot 46 \cdot 175} = 0,25 < 0,39;$$

по табл. 1.1 $A_0=0,22$.

Изгибающий момент, который может быть воспринят данным сечением,

$$M_{\text{сеч}} = A_0 R_{\text{пр}} b h_0^2 = 0,222 \cdot 175 \cdot 25 \cdot 46^2 = 2\,050\,000 \text{ кгс}\cdot\text{см} = 20,5 > M = 18 \text{ тс}\cdot\text{м};$$

несущая способность обеспечена.

Пример 1.4. Определить предельный изгибающий момент, который может быть воспринят сечением с одиночной арматурой при максимальном использовании сжатой зоны бетона, т. е. при граничном значении ее высоты для элемента со следующими данными: $h=50$ см; $b=25$ см; марка бетона М200 ($m_{б1}=1,1$; $R_{\text{пр}}=90$ кгс/см²); арматура из стали класса А - III ($R_a=3400$ кгс/см²).

Решение. Предположим, что арматура из стержней диаметром 20 мм расположена в два ряда, тогда $h_0=50-5=45$ см.

По табл. 1.2 $\xi_R = 0,61$ и $A_R = 0,42$. Искомое $M_{\text{сеч}} = A_R R_{\text{пр}} b h_0^2 = 0,42 \cdot 90 \cdot 25 \cdot 45^2 = 1\,920\,000 \text{ кг}\cdot\text{см}^2 = 19,2 \text{ тс}\cdot\text{м}$

Для восприятия такого момента площадь сечения арматуры из стали класса А- III

$$F_a = \xi_R b h_0 \frac{R_{\text{пр}}}{R_a} = 0,61 \cdot 25 \cdot 45 \frac{90}{3400} = 18,2 \text{ см}^2.$$

Практическое занятие №3

3. Элементы прямоугольного сечения с двойной арматурой

Двойное армирование неэкономично по расходу металла, поэтому его применяют только в двух случаях:

1) при наличии знакопеременного момента, когда арматура, подобранная как растянутая на действие момента одного знака, становится сжатой при действии момента другого знака;

2) при ограниченной высоте сечения, когда необходимо, усиление сжатой зоны бетона. Такая необходимость выясняется после определения x , ξ или A_0 в предположении одиночного армирования по формулам (1.12) – (1.14) при несоблюдении условия (1.5).

Основные расчетные уравнения для элементов прямоугольного сечения с двойной арматурой:

$$M \leq M_{\text{сеч}} = A_0 R_{\text{пр}} b h_0^2 + R_{a.c} F'_a z_a + \sigma_c F_{a.H}; \quad (1.31)$$

$$R_{\text{пр}} \varepsilon b h_0 + R_{ac} F'_a + \sigma'_c F'_{a.H} - R_a F_a - m_{a4} R_{a.H} F_{a.H} = N_a \quad (1.32)$$

или

$$R_{\text{пр}} \varepsilon b h_0 + R_{ac} F'_a + \sigma'_c F'_{a.H} = R_a F_a + m_{a4} R_{a.H} F_{a.H} = N_a \quad (1.32')$$

Сжатая арматура F'_a нужна по расчету прочности только в том случае, когда прочность полностью используемой сжатой зоны бетона ($x = x_{\text{гр}}$ или $A_0 = A_R$) недостаточна и ее необходимо усилить. Поэтому, решив уравнение (1.31) относительно F'_a , найдем:

$$F'_a = \frac{M - A_R R_{\text{пр}} b h_0^2 - \sigma'_c F'_{a.H} z_{\text{п}}}{R_{a.c} z_a} \quad (1.33)$$

Уравнение (1.31) можно решить также относительно

$$A_0 = \frac{M - R_{a.c} F'_a z_a - \sigma'_c F'_{a.H} z_{\text{п}}}{R_{\text{пр}} b h_0^2}, \quad (1.34)$$

а уравнение (1.32') — относительно

$$F_{a.п.} = \frac{1}{m_{a4}R_{a.п.}} (R_{np}\varepsilon bh_0 + R_{a.c.}F'_a - R_a F_a) \quad (1.35)$$

или

$$\xi = \frac{m_{a4}R_{a.п.}F_{a.п.} + R_a F_a - R_{a.c.}F'_a - \sigma'_c F'_H}{R_{np}bh_0} \quad (1.36)$$

При расчете элементов с двойной арматурой может встретиться три типа задач.

Задача типа I. По заданным размерам сечения, расчетному изгибающему моменту и прочностным характеристикам материалов требуется определить площадь сжатой и растянутой арматуры.

Необходимость в сжатой арматуре F'_a выявляется только в ходе расчета, поэтому решение задачи начинают по алгоритму задачи типа I для одиночного армирования (табл. 1.3). Если $A_0 > A_R$ и увеличение размеров сечения невозможно или нецелесообразно, переходим к двойному армированию. Требуемая площадь сжатой арматуры определяется из формулы (1.33) в предположении полного использования сжатой зоны бетона ($A_0 = A_R$):

$$F'_a = \frac{M - A_R R_{np} b h_0^2}{R_{a.c} z_a} \quad (1.33')$$

Напрягаемая арматура $F'_{a.н.}$ для усиления этой зоны не нужна, поэтому при решении задач рассматриваемого типа принимают $F'_{a.н.} = 0$.

Если фактическая площадь сечения сжатой арматуры F'_a соответствует величине, полученной по формуле (1.33), то площадь сечения растянутой арматуры определяется по формуле (1.35).

Растянутая арматура может быть напрягаемой и обычной, только напрягаемой или только обычной. В зависимости от этого необходимая площадь сечения арматуры соответственно определяется

$$1) F_{a.n} = \frac{1}{m_{a4}R_{a.n}} (R_{np}\varepsilon b h_0 + R_{a.c}F'_a - R_a F_a); \quad (1.37)$$

в этом случае значением F_a задаются, учитывая конструктивные требования;

$$2) F_{a.n} = \frac{1}{m_{a4}R_{a.n}} (R_{np}\varepsilon_R b h_0 + R_{a.c}F'_a); \quad (1.38)$$

$$3) F_{a.n} = \frac{1}{R_a} (R_{np}\varepsilon_R b h_0 + R_{a.c}F'_a). \quad (1.39)$$

Если же фактическая площадь F'_a по конструктивным или иным соображениям назначается больше полученной по формуле (1.33), то сжатая зона бетона будет использована не полностью и площадь сечения растянутой арматуры в этом случае следует определять по формулам (1.37), (1.38) или (1.39), подставляя вместо граничного ξ_R действительное ξ . Значение A_0 , по которому из (1.17) определяется ξ , можно найти по формуле (1.34), приняв $F'_{a.n.} = 0$.

Насыщение сечения сжатой и растянутой арматурой не может быть беспредельным; оно ограничено условием

$$M < 1.25R_{np}S_0, \quad (1.40)$$

смысл которого заключается в том, что несущая способность изгибаемого элемента с двойной арматурой не должна превышать прочности такого же элемента с одиночной арматурой при площади сжатой зоны, равной площади

всего рабочего сечения элемента. Для прямоугольного сечения это условие принимает вид

$$M \leq 0.625R_{np}bh^2. \quad (1.40a)$$

Иначе говоря, к двойному армированию прибегают при

$$A_R < A_0 \leq 0,625. \quad (1.41)$$

Если $A_0 > 0,625$, необходимо увеличить размеры сечения или повысить марку бетона.

Задача типа II. В этой задаче задаются не только размеры сечения и действующий изгибающий момент, но и площадь сечения арматуры, расположенной в сжатой зоне (обычной F'_a , напрягаемой $F'_{a.н.}$ или той и другой). Естественно, прочностные характеристики арматурной стали и бетона также считаются известными — они задаются по экономическим, конструктивным и другим соображениям. Известно также и предварительное напряжение¹ σ'_{02} . Необходимо определить площадь растянутой арматуры.

Такой тип задач встречается, когда действует знакопеременный изгибающий момент и полученная растянутая арматура при изменении знака момента оказывается в сжатой зоне либо когда сжатая арматура поставлена по конструктивным или иным соображениям.

Для решения этой задачи используются формулы и условия (1.31) — (1.41).

Таблица 1.4 Алгоритмы расчета изгибаемых элементов прямоугольного сечения с двойной арматурой

Порядок действия	Тип задачи		
	I	II	III
1	Задаем a, a' и $a'_н$	Задаем a и определяем a' и $a'_н$	Определяем a, a' и $a'_н$ — расстояния соответственно от растянутой грани до точки приложения равнодействующей усилий в арматуре $F_{a.н.}$ и от сжатой

			границы до центра тяжести арматур F'_a и $F'_{a.н.}$
2	Определяем рабочую высоту сечения $h_0 = h - a$ и плечи $z_a = h_0 - a'$ и $z_H = h_0 - a'_H$		
3	По формуле (1.6) (для предварительно-напряженных элементов) или же по табл. 1.2 (для обычных) определяем ξ_R и A_R .		
4	Находим A_0 по формулам		
	(1.17)	(1.34)	Переходим к п. 7
	При $A_0 > A_R$ задача решается по:		
	Алгоритму табл.1.4; при $A_0 > 0,625$ увеличиваем размеры сечения, $A_R < A_0 \leq 0,625$	Типу 1 таблицы, при несоблюдении этого условия	
Переходим к п.5			
5	По формуле (1.33) определяем F'_a и с учетом минимального армирования подбираем стержни и фактическое значение F'_a	Переходим к п.7	
6	Если фактически принятое значение F'_a равно полученному по формуле (1.33), то $F'_{a.н.}$ определяется по формулам (1.37) или (1.38); иначе переходим к п. 7		
7	По формуле (1.34) или определяем F_0 , а из таблицы 1.1 ξ	Определяем ξ по табл. 1.1 и по формуле (1.36)	
8	При необходимости по формуле (1.4) находим m_{a4}		

		При m_{a4} отличающемся от единицы или первоначальной величины, переходим к п.7 иначе к п. 9
9	Определяем $x = \xi h_0$ при $x < 2a'$ переходим к п.12 иначе к п.10	
10	По формуле (1.35) определяем $F'_{a.n.}$ соблюдая при этом минимальный процент армирования Конец	По ξ из табл. 1.1 находим $A_0 \leq A_R$
11		По формуле (1.31) определяем $M_{сеч}$ несущая способность обеспечена Конец
12	Принимаем $F'_a=0$, по формуле (1.34) находим A_0 , по табл. 1.1 ξ и по формуле (1.35) вычисляем $F_{a.n.}$	
13	Определяем $F_{a.n.} = \frac{M - R_a F_a z_a}{m_{a4} R_{a.n.} z_n}$ При $F_a = 0$; $F_{a.n.} = \frac{M}{m_{a4} R_{a.n.} z_n}$	Если $M_{сеч}$ по п. 12 меньше $M_{сеч}$ по п.11, то принимаем $F'_a=0$ и $\sigma'_c = m_T \sigma_{02}$ и повторяем расчет, начиная с п. 4; иначе переходим к п.14
14	По меньшей из величин, полученных в п. 9 с учетом минимального процента армирования, а также формул (1.20) и (1.22) подбираем площадь сечения растянутой арматуры $F_{a.n.}$ Конец	Сравниваем большее значение $M_{сеч}$ из полученных по пп. 11 и 12 с заданным изгибающим моментом M . при $M \leq M_{сеч}$ несущая способность обеспечена

Задача типа III. Известны размеры сечения элемента, площадь сечения всей арматуры, прочностные характеристики материалов, величина

предварительного напряжения арматуры (если оно есть), а также изгибающий момент. Требуется проверить несущую способность.

Задача этого типа при расчете предварительно-напряженных железобетонных элементов весьма распространенная, так как арматура в них часто назначается по соображениям трещиностойкости, жесткости или прочности в стадии изготовления, транспортирования и монтажа.

Алгоритмы решения задач всех типов приведены в табл. 1.4.

Задача типа I

Задача 1.5. Дано: Расчетный момент $M=68$ тс·м; размеры сечения $b=30$ см и $h=60$ см; марка бетона М300 ($m_{б1}$, 135 кгс/см²); арматура из стали класса А - III ($R_a=R_{a.c}=3400$ кгс/см²). Требуется определить необходимую площадь арматуры.

Решение. Задаемся значением $a = 6,5$ см и $a'=3$ см; тогда $h_0=60-6,5=53,5$ см и $z_a=53,5 - 3 = 50,5$ см.

По табл. 1.2 $\alpha = 0,58$ и $A_R=0,41$. Из формулы (1.19)

$$C = \frac{6\,800\,000}{30 \cdot 53,5^2 \cdot 135} = 0,587;$$

так как $A_R = 0,41 < A_0 = 0,587 < 0,625$, то при необходимости сохранения заданных размеров сечения сжатую зону бетона нужно усилить арматурой F'_a , определяемой по формуле (1.33');

$$F_a = \frac{M - A_R R_{np} b h_0^2}{m_{a4} R_{a.n}} = \frac{6\,800\,000 - 0,41 \cdot 30 \cdot 53,5^2 \cdot 135}{3400 \cdot 50,5} = 12,3 \text{ см}^2$$

Принимаем 4Ø20АII ($F' = 12,56$ см²).

Так как принятая площадь F'_a близка к полученной из расчета, то площадь сечения растянутой арматуры определяется по формуле (1.39); при $R_{a.c.} = R_a$

$$F_a = \frac{R_{np}}{R_a} \varepsilon b h_0 + F'_a = \frac{135}{3400} 0,58 \cdot 30 \cdot 53,5 + 12,56 = 49,36 \text{ см}^2$$

Принимаем 8Ø28АIII ($F'_a = 49,26$ см²).

Задача 1.6. Дано: Расчетный момент $M=68$ тс·м; размеры сечения $b=30$ см и $h=60$ см; марка бетона М300 ($m_{б1}$, 135 кгс/см²); арматура из стали класса А - III ($R_a=R_{a.c}=3400$ кгс/см²). Подобрать площадь сечения арматуры при расчетном моменте $M=49$ тс·м.

Решение. Определяем $A_0 = \frac{M}{R_{пр}bh_0^2} = \frac{4\,900\,000}{30 \cdot 53 \cdot 53,5^2} = 0,42 > A_R = 0,41$.

Необходимая площадь сжатой арматуры

$$F'_a = \frac{M - A_R R_{пр} b h_0^2}{z_a R_{a.н}} = \frac{4\,900\,000 - 0,4130 \cdot 53 \cdot 53,5^2 \cdot 135}{3400 \cdot 50,5} = 0,87 \text{ см}^2$$

$$F_{a.мин} = \mu_{мин} b h_0 = 0,0005 \cdot 30 \cdot 53,5 = 0,8 \text{ см}^2$$

По конструктивным соображением принимаем 2Ø12АIII ($F'_a = 2,26 \text{ см}^2$).

Принятая площадь сечения арматуры более чем в два раза отличается от полученной из расчета. Поэтому чтобы определить площади растянутой арматуры, сначала по формуле (1.34) при ($F'_{a.н} = 2,26 \text{ см}^2$).

$$A_0 = \frac{M - R_{a.c} F'_{a.н} z_a}{R_{пр} b h_0^2} = \frac{4\,900\,000 - 3400 \cdot 2,26 \cdot 50,5}{30 \cdot 135 \cdot 53,5^2} = 0,39;$$

затем по табл. 1.1 находим $\xi=0,53$ и, наконец, по формуле (1.39) при $R_{a.c}=R_a$ вычисляем:

$$F_a = \frac{R_{пр}}{R_a} \xi b h_0 + F'_a = \frac{135}{3400} 0,53 \cdot 30 \cdot 53,5 + 2,26 = 36,06 \text{ см}^2.$$

Принимаем 6Ø28АIII ($F_a=36,95 \text{ см}^2$).

Практическое занятие №4

Пример 1.7. Дано: расчетный момент $M=68$ тс·м; размеры сечения $b=30$ см и $h=60$ см; марка бетона М300 ($m_{б1}$, 135 кгс/см²); арматура стали

класса А - III ($R_a=R_{a.c}=3400$ кгс/см²). При $M = 60$ тс·м определить необходимую площадь сечения арматуры, предполагая, что в растянутой зоне имеется напрягаемая арматура из стали класса К - 7 диаметром 15 мм ($R_{a.н.} = 10\ 600$ кгс/см²); установившееся предварительное напряжение $\sigma_{02} = 9000$ кгс/см².

Решение. Значения a , a' , h_0 и z_a остаются такими же, как в примере 1.5.

По формуле (1.6)

$$\xi_R = \frac{\xi_0}{1 + \frac{\sigma_A}{4000} \left(1 - \frac{h_0 \xi_0}{h}\right)} = \frac{0,742}{1 + \frac{10\ 600 + 4000 - 9000}{4000} \left(1 - \frac{0,742}{1,1}\right)} = 0,51;$$

По формуле (1.15)

$$A_R = \xi_R (1 - 0,5 \xi_R) = 0,51 (1 - 0,5 \cdot 0,51) = 0,38.$$

Из формулы (1.17)

$$A_0 = \frac{M}{bh_0^2 R_{np}} = \frac{6\ 000\ 000}{135 \cdot 30 \cdot 53^2} = 0,515 > A_R;$$

необходимая сжатая арматура

$$F'_a = \frac{M - A_R R_{np} b h_0^2}{R_{a.c.} z_a} = \frac{6\ 000\ 000 - 0,38 \cdot 135 \cdot 30 \cdot 53,5^2}{3400 \cdot 50,5} = 9,3 \text{ см}^2.$$

Принимаем 2Ø25АIII ($F'_a = 9,82 \text{ см}^2$)

Уточняем A_0 по формуле (1.34) при $F'_{a.н.} = 0$:

$$A_0 = \frac{M - R_{a.c.} F'_a z_a}{R_{np} b h_0^2} = \frac{6\ 000\ 000 - 3400 \cdot 9,82 \cdot 50,5}{135 \cdot 30 \cdot 53,5^2} = 0,372;$$

по табл. 1.1 $\xi = 0,494$.

По формуле (1.4)

$$m_{a4} = \overline{m}_{a4} - (\overline{m}_{a4} - 1) \frac{\xi}{\xi_R} = 1,15 - (1,15 - 1) \frac{0,494}{0,51} = 1,005.$$

Задаемся обычной арматурой растянутой зоны, учитывая конструктивные требования, в количестве 2Ø12АIII ($F_a = 2,26 \text{ см}^2$). Необходимая площадь сечения напрягаемой арматуры по формуле (1.37)

$$F_{a.н.} = \frac{1}{m_{a4}R_{a.н.}} (R_{пр}\xi bh_0 + R_{a.c.}F'_a - R_a F_a) = \frac{1}{10\ 600} \cdot (135 \cdot 0,494 \cdot 30 \cdot 53,5 + 3400 \cdot 9,8 - 3400 \cdot 2,26) = 12,25 \text{ см}^2.$$

Принимаем 9Ø15К7 ($F_{a.н.} = 12,7 \text{ см}^2$).

Как видно из этого примера, при площади сечения сжатой арматуры F'_a , близкой к расчетной, расчетное сопротивление растянутой арматуры с помощью коэффициента m_{a4} можно не уточнять, так как фактическое значение ξ близко к граничному ξ_R и коэффициент m_{a4} приближается к единице.

Задача типа II

Задача 1.7. Дано: расчетный момент $M=10 \text{ тс}\cdot\text{м}$; размеры сечения $b=20 \text{ см}$; $h=40 \text{ см}$; марка бетона М300 ($R_{пр} = 135 \text{ кгс/см}^2$); арматура из стали класса А-III ($R_a = R_{a.c.} = 3400 \text{ кгс/см}^2$), в том числе в сжатой зоне 2Ø12АIII ($F'_a = 2,26 \text{ см}^2$, $F'_{a.н.} = 0$). Требуется определить площадь растянутой арматуры.

Решение. Принимаем $\alpha=3 \text{ см}$, $\alpha'=2,6 \text{ см}$. Тогда $h_0=40-3=37 \text{ см}$ и $z=37-2,6=34,4 \text{ см}$.

По табл. I.2 $\xi_R=0,58$ и $A_R=0,41$. По формуле

$$A_0 = \frac{M - R_{a.c.}F'_{a.н.} z_a}{R_{пр}bh_0^2} = \frac{1\ 000\ 000 - 3400 \cdot 2,26 \cdot 34,4}{20 \cdot 135 \cdot 37^2} = 0,193,$$

а по табл. 1.1 $\xi=0,217$. Так как $\chi=0,217 \cdot 37=8,05 \text{ см} > 2a'=5,2 \text{ см}$, то площадь сечения растянутой арматуры определяем с учетом сжатой зоны по формуле (1.39):

$$F_a = \frac{R_{пр}\xi bh_0}{R_a} + F'_a = \frac{135}{3400} 0,217 \cdot 20 \cdot 37 + 2,26 = 8,61 \text{ см}^2$$

Принимаем 3Ø20АIII ($F_a=9,41 \text{ см}^2$).

Практическое занятие №5

Задача 1.8. Дано: Расчетный момент $M=15$ тс·м; размеры сечения $b=20$ см; $h=40$ см; марка бетона М400 ($R_{пр}=175$ кгс/см²); в сжатой зоне поставлена ненапрягаемая арматура $2\emptyset 12$ АIII ($F'_a=2,26$ см²; $R_{a.c.}=3400$ кгс/см²) и напрягаемая арматура $2\emptyset 15$ К7 ($F'_{a.н.}=2,83$ см²; $\sigma'_{02}=9000$ кгс/см²); в растянутой зоне поставлена ненапрягаемая арматура $2\emptyset 12$ АIII ($F_a=2,26$ см²; $R_{a.c.}=3400$ кгс/см²) и напрягаемая арматура класса К – 7 ($R_a=10\,600$ кгс/см²; $\sigma_{02}=9000$ кгс/см²). Необходимо определить площадь сечения напрягаемой арматуры.

Решение. Принимаем $a=3$ см; $a'_н = a'_н=2,6$ см. Тогда $h_0 = 37$ см и $z_a = z_н = 34$ см. По формуле (1.6)

$$\xi_R = \frac{\xi_0}{1 + \frac{\sigma_A}{4000} \left(1 - \frac{h_0 \xi_0}{h}\right)} = \frac{0,71}{1 + \frac{5600}{4000} \left(1 - \frac{0,71}{1,1}\right)} = 0,475.$$

По формуле (1.15) в данном случае $\sigma_A = R_{a.н} + 4000 - \sigma_{02} = 10\,600 + 4000 - 9000 = 5600$ кгс/см²;

$$A_R = \xi_R (1 - 0,5 \xi_R) = 0,475 (1 - 0,5 \cdot 0,475) = 0,362.$$

По формуле (1.34)

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{M - R_{a.c} F'_a z_a - \sigma'_c F'_{a.н.} z_н}{R_{пр} b h_0^2} \\ &= \frac{1\,500\,000 - 3400 \cdot 2,26 \cdot 34,4 - (4000 - 0,9 \cdot 9000) 2,83 \cdot 34,4}{20 \cdot 37^2 \cdot 175} \\ &= 0,34 < 0,362. \end{aligned}$$

Здесь $\sigma'_c = 4000 - m_T \sigma_{02} = 4000 - 0,9 \cdot 9000 = -4100$ кгс/см².

По табл. 1.1 $\xi=0,417$. Так как значение ξ и ξ_R незначительно отличаются, то, с одной стороны, не нужна проверка условия (1.8), а с другой – коэффициент m_{a4} практически будет равен единице и его можно не определять.

Требуемая площадь сечения напрягаемой арматуры по формуле (1.35)

$$F_{a.н} = \frac{1}{m_{a4}R_{a.н.}} (R_{пр}\xi bh_0 + R_a F'_a + \sigma'_c F'_{a.н.} - R_a F_a) = \frac{1}{1 \cdot 10\,600} (175 \cdot 0,417 \cdot 20 \cdot 37 + 3400 \cdot 2,26 + (4000 - 9000 \cdot 0,9)2,83 - 2,26 \cdot 3400) = 4 \text{ см}^2.$$

Принимаем 3Ø15К7 ($F_a=4,25 \text{ см}^2$).

Следует отметить, что установившееся предварительное напряжение $\sigma_{02}(\sigma'_{02})$ зависит от площади арматуры, поэтому решение задач типа II при расчете предварительно-напряженных железобетонных элементов не является исчерпывающим. После решения такой задачи необходима проверка прочности, т. е. решение задачи типа III.

Задача типа III

Задача 1.9. По данным примера задачи 1.8 при найденной площади сечения арматуры $F_{a.н.} = 4,25 \text{ см}^2$ и уточненных $\sigma'_{02}=8800 \text{ кгс/см}^2$ и $\sigma_{02}=8500 \text{ кгс/см}^2$ определить несущую способность сечения.

Решение. При расположении арматуры $a = a' = a'_c=2,6 \text{ см}$, $h_0=37,4 \text{ см}$, $z_a = z_H=34,8 \text{ см}$.

По формуле (1.6) определяем

$$\xi_R = \frac{\xi_0}{1 + \frac{\sigma_A}{4000} (1 - \frac{h_0 \xi_0}{h})} = \frac{0,71}{1 + \frac{10\,600 + 4000 - 8500}{4000} (1 - \frac{0,71}{1,1})} = 0,6;$$

по формуле (1.15')

$$A_R = \xi_R (1 - 0,5 \xi_R) = 0,6 (1 - 0,5 \cdot 0,6) = 0,42;$$

по формуле (1.36) определяем ξ , принимая $m_{a4}=1$:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{m_{a4}R_{a.н.}F_{a.н.} + R_a F'_a - m_{a4}R_{a.c}F'_a - \sigma'_c F'_{a.н.}}{R_{пр}bh_0} \\ &= \frac{10\,600 \cdot 4,25 + 3\,400 \cdot 2,26 + 3920 \cdot 2,83}{175 \cdot 20 \cdot 37,4} = 0,429. \end{aligned}$$

Затем определяем $m_{a4}=1,15-(1,15-1) \frac{0,429}{0,6}=1,039$

и находим $\xi = \frac{1,039 \cdot 4,25 \cdot 10600 + 3400 \cdot 2,26 - 3400 \cdot 2,26 + 3920 \cdot 2,83}{175 \cdot 30 \cdot 37,4} = 0,443.$

Дальнейшего уточнения ξ не требуется, так как его изменение невелико.

Так как $x = \xi h_0 = 0,443 \cdot 37,4 = 16,6$ см $> 2a = 2 \cdot 2,6 = 5,6$ см, то сжатую арматуру следует учитывать. Тогда из табл. 1.2 находим:

$A_0 = 0,345$, а по формуле (1.31) – искомую несущую способность:

$$M_{\text{сеч}} = R_{\text{пр}} A_0 b h_0^2 + R_{\text{а.с.}} F'_a z_a + \sigma'_c F'_{\text{а.н.}} z_a = 0,345 \cdot 175 \cdot 30 \cdot 37,4^2 + 3400 \cdot 2,26 \cdot 34,8 + (4000 - 0,9 \cdot 8800) 2,83 \cdot 34,8 = 1\,581\,000 \text{ кгс} \cdot \text{см}^2 = 15,81 > M = 15 \text{ тс} \cdot \text{м}.$$

Несущая способность достаточна.

Практическое занятие №6

4. Элементы таврового и двутаврового сечений

При расчете тавровых и двутавровых сечений изгибаемых элементов, имеющих полку в сжатой зоне, возможны два случая положения нижней границы сжатой зоны.

Первый случай – сжатая зона полностью расположена в пределах полки, т.е. $x \leq h'_\text{п}$. В этом случае и тавровое, и двутавровое сечения рассчитывают как прямоугольные размерами $b'_\text{п}$ и h_0 (рис. 1.3, а).

Второй случай – нижняя граница сжатой зоны расположена за пределами полки, т.е. $x > h'_\text{п}$ (рис. 1.3, б).

Чтобы установить положение нижней границы сжатой зоны (положение нейтральной оси), пользуются неравенством:

$$m_{\text{а4}} R_{\text{а.н.}} F_{\text{а.н.}} + R_a F_a < R_{\text{пр}} b'_\text{п} h'_\text{п} + R_{\text{а.с.}} F'_a + \sigma'_c F'_{\text{а.н.}} \quad (1.42)$$

или

$$M \leq M_\text{п} = R_{\text{пр}} b'_\text{п} h'_\text{п} (h_0 - 0,5 h'_\text{п}) + R_{\text{а.с.}} F'_a z_a + \sigma'_c F'_{\text{а.н.}} z_\text{н}. \quad (1.43)$$

При несоблюдении неравенств (1.42) или (1.43) исходные расчетные уравнения для второго случая получим из условия равновесия системы усилий (рис. 1.3, б):

$$R_{\text{пр}} \xi h_0 b + R_{\text{пр}} (b'_\text{п} - b) h'_\text{п} + R'_{\text{а.с.}} F'_a + \sigma'_c F'_{\text{а.н.}} = m_{\text{а4}} R_{\text{а.н.}} F_{\text{а.н.}} + F_a R_a; \quad (1.44)$$

$$M \leq M_{\text{сеч}} = A_0 R_{\text{пр}} b h_0^2 + R_{\text{пр}} (b'_\text{п} - b) h'_\text{п} (h_0 - 0,5 h'_\text{п}) + R_{\text{а.с.}} F'_\text{а} z_\text{а} + \sigma'_\text{с} F'_{\text{а.н.}} z_\text{н}, \quad (1.45)$$

где

$$\xi h_0 = x; A_0 = \xi (1 - 0,5 \xi). \quad (1.46)$$

При отсутствии какой-либо арматуры в сжатой зоне ($F'_\text{а}$ или $F'_{\text{а.н.}}$) соответствующее слагаемое в формулах (1.44), (1.45) выпадает.

Как и для прямоугольных сечений, сжатая арматура $F'_\text{а}$ может быть получена исходя из условия полного использования сжатой зоны бетона ($A_0 = A_R$). Поэтому, решая уравнение (1.43) относительно $F'_\text{а}$, получим:

$$F'_\text{а} = \frac{M - A_R R_{\text{пр}} b h_0^2 - R_{\text{пр}} (b'_\text{п} - b) h'_\text{п} (h_0 - 0,5 h'_\text{п}) - \sigma'_\text{с} F'_{\text{а.н.}} z_\text{н}}{R_{\text{а.с.}} z_\text{а}}. \quad (1.47)$$

При определении площади сечения растянутой арматуры из уравнения (1.44) могут встретиться несколько случаев.

А. Балка армируется напрягаемой и обычной арматурой: необходимая площадь напрягаемой арматуры

$$F_{\text{а.н.}} = \frac{1}{m_{\text{а4}} R_{\text{а.н.}}} [R_{\text{пр}} \xi b h_0 + R_{\text{пр}} (b'_\text{п} - b) h'_\text{п} + R'_{\text{а.с.}} F'_\text{а} + \sigma'_\text{с} F'_{\text{а.н.}} - R_\text{а} F_\text{а}]; \quad (1.48)$$

при этом площадями сечения ненапрягаемой арматуры растянутой зоны $F_\text{а}$ и напрягаемой арматуры сжатой зоны $F'_{\text{а.н.}}$ задаемся, учитывая конструктивные требования и условия изготовления балки.

Б. Балка армируется только напрягаемой арматурой

$$F_{\text{а.н.}} = \frac{1}{m_{\text{а4}} R_{\text{а.н.}}} [R_{\text{пр}} \xi b h_0 + R_{\text{пр}} (b'_\text{п} - b) h'_\text{п} + \sigma'_\text{с} F'_{\text{а.н.}}]; \quad (1.49)$$

В. Балка изготавливается без предварительного напряжения

$$F_\text{а} = \frac{1}{R_\text{а}} [R_{\text{пр}} \xi b h_0 + R_{\text{пр}} (b'_\text{п} - b) h'_\text{п} + R'_{\text{а.с.}} F'_\text{а}]. \quad (1.50)$$

Фактические значения ξ и A_0 при известных размерах поперечного сечения определяются из уравнений (1.44), (1.45):

$$\xi = \frac{m_{\text{а4}} R_{\text{а.н.}} F_{\text{а.н.}} + R_\text{а} F_\text{а} - R_{\text{пр}} (b'_\text{п} - b) h'_\text{п} - R_{\text{а.с.}} F'_\text{а} - \sigma'_\text{с} F'_{\text{а.н.}}}{R_{\text{пр}} b h_0}; \quad (1.51)$$

$$A_0 = \frac{M - R_{\text{пр}} (b'_\text{п} - b) h'_\text{п} (h_0 - 0,5 h'_\text{п}) - R_{\text{а.с.}} F'_\text{а} z_\text{а} - \sigma'_\text{с} F'_{\text{а.н.}} z_\text{н}}{R_{\text{пр}} b h_0^2}. \quad (1.52)$$

Если размеры таврового или двутаврового сечения не заданы, то начинают с определения высоты, для чего используется эмпирическая формула.

$$h = (15 \dots 20) \sqrt[3]{M}. \quad (1.53)$$

Подставляя M , тс·м, получают h , см.

Ширина ребра $b = (0,25 \dots 0,5)h$. Размеры полки $b'_п$ и $h'_п$ обычно бывают известны из компоновки конструкции в целом.

При расчете элементов таврового сечения встречаются три типа задач.

Задача типа I. По заданным размерам сечения, расчетному изгибающему моменту и прочностным показателям материалов требуется определить площадь сечения всей арматуры.

Необходимость сжатой арматуры F'_a выявляется в ходе расчета, поэтому решение задачи начинается с определения A_0 в предположении отсутствия арматуры F'_a , т. е. по формуле (1.52).

При $A_0 \leq A_R$ сжатая арматура не нужна; при $A_0 > A_R$ требуемую площадь сечения F'_a определяют по формуле (1.47).

Напрягаемая арматура $F'_{a.н.}$, как и в элементах прямоугольного сечения, для усиления сжатой зоны не нужна, поэтому при решении задач рассматриваемого типа можно принимать $F'_{a.н.} = 0$.

Фактически значение A_0 , по которому определяют ξ , можно найти из формулы (1.52).

Задача типа II. По заданным размерам сечения, расчетному изгибающему моменту, площади сечения арматуры, расположенной в сжатой зоне, и прочностным показателям материалов надо определить площадь сечения растянутой арматуры.

Задача эта сходна с задачей типа II, рассмотренной в п.3.

Задача типа III. Известны размеры сечения элемента, площадь сечения всей арматуры, прочностные характеристики материалов и величина предварительного напряжения арматуры (если оно есть), а также действующий изгибающий момент. Требуется проверить несущую способность сечения.

Задача эта сходна с задачей типа III, рассмотренной в п. 3. Алгоритмы решения задач всех типов приведены в табл. 1.5.

Таблица 1.5. Алгоритмы расчета изгибаемых элементов таврового сечения

Порядок действия	Тип задачи		
	I	II	III
1	Задаемся или определяем a , a' и a'_H		
2	Определяем h_0 , z_a и z_H		
3	Находим ξ_R и A_R		
4	Проверяем условие		
	(1.43), приняв $F'_a = F'_{a.H.} = 0$		(1.42)
	При соблюдении этого условия сечение рассчитывается как прямоугольное шириной b'_H ; иначе переходим к п. 5		
5	По формуле (1.52) определяем A_0 , приняв $F'_a = F'_{a.H.} = 0$; при $A_0 > A_R$ переходим к п. 11, иначе к п. 6		Переходим к п. 6
6	Определяем ξ по табл. 1.1		Определяем ξ по формуле (1.51)
7	При необходимости по формуле (1.4) находим m_{a4}		
			При m_{a4} , отличающемся от единицы или первоначального значения вернуться к п. 6, помножив $R_{a.H.}$ в формуле (1.51) на полученный коэффициент m_{a4}
8	По формулам (1.48), (1.49) или (1.50),		По ξ из табл. 1.1

	приняв $F'_a = F'_{a.n.} = 0$, определяем необходимую площадь арматуры $F_{a.n.}$ или F_a в зависимости от условий армирования	находим $A_0 \leq A_R$
9	Определяем минимальную площадь сечения арматуры $F_{a.n.}$ или F_a , исходя из минимального процента армирования	По формуле (1.45) проверяем условие прочности
10	По большей из величин, полученных в пп. 8 и 9, а также с учетом формул (1.5) или (1.6) подбираем площадь поперечного сечения арматуры. Конец	Конец
11	По формуле (1.47), приняв в ней $F'_H = 0$, определяем F'_a и с учетом минимального армирования подбираем стержни и фактическое значение F'_a	
12	По формуле (1.52), приняв в ней $F'_H = 0$, определяем A_0 , а из табл. 1.1 ξ	
13	При необходимости по формуле (1.4) уточняем m_{a4}	
14	По формулам (1.48), (1.49) или (1.50), приняв $F'_H = 0$, находим $F_{a.n.}$ или F_a с учетом минимального процента армирования. Конец.	

Задача типа I

Пример 1.10. Определить площадь сечения арматуры в поперечном ребре, на которое действует изгибающий момент $M=426$ кгс·см. Арматура из стали класса А – III ($R_a=3400$ кгс/см²); бетон марки М400 ($m_{б1}=85$, $R_{пр}=175 \cdot 0,85=149$ кгс/см²).

Решение. При $h'_п=3$ см $> 0,1 h=1,55$ см; учитываемая в расчете ширина полки

$$b'_n = b_p + 2b_{cb} = b_p + 2\frac{l_n}{6} = 9 + 2\frac{284}{6} = 103 \text{ см.}$$

Принимаем $a=2,5$ см, тогда $h_0 = 15,5 - 2,5 = 13$ см. По табл. 1.2 $\xi_R=0,594$ и $A_R=0,418$.

При $M_n = R_{np}b'_nh'_n(h_0 - 0,5h'_n) = 149 \cdot 103 \cdot 3(13 - 0,5 \times 3) = 581\,000 \text{ кг} \cdot \text{см} = 5810 > M = 426 \text{ кгс} \cdot \text{см}$, нейтральная ось проходит в пределах полки, т. е. налицо случай I; сечение рассчитываем как прямоугольное шириной $b = b'_n = 103$ см.

По формуле (1.17)

$$A_0 = \frac{M}{R_{np}b'_nh_0^2} = \frac{42\,600}{149 \cdot 103 \cdot 13^2} = 0,016 < A_R = 0,418.$$

По табл. 1.1 $\xi = 0,016$. Тогда по формуле (1.21) требуемая площадь сечения арматуры

$$F_a = \xi b h_0 \frac{R_{np}}{R_a} = 0,016 \cdot 103 \cdot 13 \frac{175}{3400} = 1,08 \text{ см}^2.$$

Принимаем 1Ø12АIII ($F_a = 1,13 \text{ см}^2$).

Пример 1.11. Дано: расчетный изгибающий момент $M=20$ тс·м; размеры сечения: $b=20$ см, $h=50$ см; $b'_n = 40$ см, $h'_n = 12$ см. Бетон марки М200 ($R_{np}=90$ кгс/см²), арматура из стали класса А – III ($R_a=3400$ кгс/см²). Определить необходимую площадь сечения арматуры.

Решение. Принимаем $a=3,5$ см; тогда $h_0=50 - 3,5=46,5$ см. По табл. 1.2 $\xi_R=0,623$ и $A_R=0,429$. При $M_n = R_{np}b'_nh'_n(h_0 - 0,5h'_n) = 90 \cdot 40 \cdot 12(46,5 - 0,5 \cdot 12) = 1\,750\,000 \text{ кгс} \cdot \text{см}^2 = 17,5 < 20$ тс·м нейтральная ось пересекает ребро, т. е. налицо случай II.

По формуле (1.52)

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{M - R_{np}(b'_n - b)h'_n(h_0 - 0,5h'_n)}{R_{np}bh_0^2} \\ &= \frac{2\,000\,000 - 90 - 20)12(46,5 - 0,5 \cdot 12)}{90 \cdot 20 \cdot 46,5^2} = 0,296 < A_R \\ &= 0,429; \end{aligned}$$

сжатая арматура не нужна. По табл. 1.1 $\xi = 0,362$. По формуле (1.50) требуемая площадь сечения арматуры $F'_a=0$ и $F_{a.н.}=0$

$$F_a = \frac{1}{R_a} [R_{пр} \xi b h_0 + R_{пр} (b'_п - b) h'_п] =$$

$$\frac{1}{3400} [90 \cdot 0,362 \cdot 20 \cdot 46,5 + 90(40 - 20)12] = 15,27 \text{ см}^2.$$

Принимаем 4Ø22АIII ($F_a = 15,2 \text{ см}^2$).

Пример 1.12. Определить площадь сечения напрягаемой арматуры в продольных ребрах панели размерами $h = 45,5 \text{ см}$, $b'_п = 294 \text{ см}$, $h'_п = 3 \text{ см}$. Изгибающий момент $M = 23,1 \text{ тс} \cdot \text{м}$. Арматура из стали класса Ат – V ($R_a = 6400 \text{ кгс/см}^2$); бетон марки М400 ($R_{пр} = 175 \text{ кгс/см}^2$). Предварительное напряжение арматуры с учетом всех потерь $\sigma_{02} = 5111 \text{ кгс/см}^2$.

Решение. Принимаем $a = 4 \text{ см}$; тогда $h_0 = 45,5 - 4 = 41,5 \text{ см}$.

Определяем граничную высоту сжатой зоны по формуле (1.6):

$$\xi_R = \frac{\xi_0}{1 + \frac{\sigma_A}{4000} \left(1 - \frac{h_0 \xi_0}{h}\right)} = \frac{0,71}{1 + \frac{5289}{4000} \left(1 - \frac{0,71}{1,1}\right)} = 0,48,$$

где $\sigma_A = R_a + 4000 - \sigma_0 = 6400 + 4000 - 5111 = 5289 \text{ кгс/см}^2$, и по формуле (1.15') граничное значение коэффициента

$$A_R = \xi_R (1 - 0,5 \xi_R) = 0,48 (1 - 0,5 \cdot 0,48) = 0,365.$$

При $M_п = R_{пр} b'_п h'_п (h_0 - 0,5 h'_п) = 175 \cdot 294 \cdot 3 (41,5 - 0,5 \cdot 3) = 6\,170\,000 \text{ кгс} \cdot \text{см} = 61,7 > M = 23,1 \text{ тс} \cdot \text{м}$ нейтральная ось проходит в пределах полки, т.е. налицо случай I, и сечение рассчитываем как прямоугольное шириной $b = b'_п = 294 \text{ см}$.

По формуле (1.17)

$$A_0 = \frac{M}{R_{пр} b'_п h_0^2} = \frac{2\,310\,000}{175 \cdot 294 \cdot 41,5^2} = 0,026 < A_R = 0,365.$$

По табл. 1.1 $\xi = 0,026$.

По формуле (1.4)

$$m_{a4} = \overline{m_{a4}} - (\overline{m_{a4}} - 1) \frac{\xi}{\xi_R} = 1,15 - (1,15 - 1) \frac{0,026}{0,48} = 1,09.$$

Требуемая площадь сечения арматуры по формуле (1.20)

$$F_{a.н.} = \xi b' h_0 \frac{R_{пр}}{m_{a4} R_{a.н.}} = \frac{0,26 \cdot 294 \cdot 41,5 \cdot 175}{1,09 \cdot 6400} = 8 \text{ см}^2.$$

Принимаем 2Ø25АтV ($F_{a.н.} = 9,82 \text{ см}^2$).

Практическое занятие №7

Задача типа II

Пример 1.12. Дана балка таврового сечения с размерами $b'_п = 30$ см, $b = 20$ см, $h'_п = 8$ см, $h = 50$ см; бетон марки М200 ($m_{б1} = 1$; $R_{пр} = 90$ кгс/см²); арматура сжатой зоны 4Ø10АII ($F'_a = 3,14$ см²; $R_{а.с.} = 2700$ кгс/см²); изгибающий момент $M = 15$ тс·м. Определить площадь сечения растянутой ненапрягаемой арматуры из стали класса А – II ($R_a = 2700$ кгс/см²).

Решение. При расстояниях $a' = 2,5$ см и $a = 3$ см находим $h_0 = 50 - 3 = 47$ см, $z_a = 47 - 2,5 = 44,5$ см.

По табл. 1.2 $\xi_R = 0,65$ и $A_R = 0,44$.

Проверяем условие (1.43) при $F'_{а.н.} = 0$:

$$M_{п} = R_{пр} b'_п h'_п (h_0 - 0,5 h'_п) + R_{а.с.} F'_a z_a = 90 \cdot 30 \cdot 8 (47 - 0,5 \cdot 8) + 2700 \cdot 3,14 \cdot 44,5 = 1\,291\,000 \text{ кгс} \cdot \text{см} = 12,91 < M = 15 \text{ тс} \cdot \text{м},$$

нейтральная ось проходит в ребре.

По формуле (1.52)

$$A_0 = \frac{M - R_{пр}(b'_п - b)h'_п(h_0 - 0,5h'_п) - R_{а.с.}F'_a z_a}{R_{пр}bh_0^2} = \frac{1\,500\,000 - (30 - 20)8 \cdot 90(47 - 0,5 \cdot 8) - 2700 \cdot 3,14 \cdot 44,5}{20 \cdot 47^2 \cdot 90} = 0,199 < A_R = 0,44;$$

по табл. 1.1 $\xi = 0,222$. Наконец, по формуле (1.48) находим площадь сечения растянутой арматуры

$$F_a = \frac{1}{R_a} [R_{пр}\xi b h_0 + R_{пр}(b'_п - b)h'_п + R_{а.с.}F'_a] = \frac{1}{2700} [90 \cdot 0,222 \cdot 20 \cdot 47 + 90(30 - 20)8 + 2700 \cdot 3,14] = 12,9 \text{ см}^2.$$

Принимаем 2Ø25АII+1Ø20АII ($F_a = 12,98$ см²).

Задача типа III

Пример 1.13. Дана балка таврового сечения; $b'_п=50$ см, $b = 20$ см, $h'_п=8$ см, $h=60$ см; бетон марки М200 ($R_{пр} = 90$ кгс/см²), ненапрягаемая арматура растянутой зоны 3Ø25АII ($R_a = 2400$ кгс/см²); $F_a = 14,73$ кгс/см²).

Определить несущую способность балки.

Решение. При заданных размерах и армировании принимаем $\alpha=4$ см; тогда $h_0 = 60 - 4 = 56$ см.

По табл. 1.2 $\xi_R=0,65$; $A_R = 0,44$.

Условие (1.42) при $F_{a.н.} = F'_{a.н.} = F'_a = 0$ имеет вид:

$R_a F_a = 2700 \cdot 14,73 = 39\,700 > R_{пр} b'_п h'_п = 90 \cdot 50 \cdot 8 = 36\,000$ кгс;
нейтральная ось проходит в ребре.

По формуле (1.51) при $F_{a.н.} = F'_{a.н.} = F_a = 0$

$$\xi = \frac{R_a F_a - R_{пр} (b'_п - b) h'_п}{R_{пр} b h_0} = \frac{27\,00 \cdot 14,73 - (50 - 20) 8 \cdot 90}{20 \cdot 56 \cdot 90} = 0,18;$$

по табл. 1.1 $A_0 = 0,164 < A_R = 0,44$.

Изгибающий момент, который может быть воспринят балкой, по формуле (1.45)

$$M_{сеч} = A_0 R_{пр} b h_0^2 + R_{пр} (b'_п - b) h'_п (h_0 - 0,5 h'_п) = 0,164 \cdot 90 \cdot 20 \cdot 56^2 + 90(50 - 20) 8 (56 - 0,5 \cdot 8) = 2\,045\,000 \text{ кгс} \cdot \text{см} = 20,45 \text{ тс} \cdot \text{м}.$$

Практическое занятие №8

§1.2. РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПО СЕЧЕНИЯМ, НАКЛОННЫМ К ПРОДОЛЬНОЙ ОСИ

1. Общие сведения. Основные расчетные уравнения

Разрушение изгибаемых элементов по наклонному сечению может произойти либо в результате преодоления сопротивления (текучесть, выдергивание) продольной арматуры (от момента), либо в результате раздробления бетона от среза и сжатия.

Чтобы разрушение не произошло ни по одной из указанных причин, необходимо соблюдать два условия прочности (рис. 2.1):

1. Изгибающий момент от внешних расчетных нагрузок относительно оси, проходящей через точку приложения равнодействующей сжимающих усилий в бетоне и перпендикулярной плоскости изгиб, должен быть меньше или равен сумме моментов внутренних усилий относительно той же оси:

$$M \leq (R_a F_a + R_{a.n.} F_{a.n.})z + \sum R_{a.x} F_x z_x + \sum R_a F_a z_0; \quad (2.1)$$

2. Поперечная сила в наклонном сечении от внешних расчетных нагрузок должна быть меньше или равна сумме проекций на нормаль к продольной оси изгибаемого элемента внутренних расчетных усилий во всех стрежнях арматуры, пересекаемых наклонным сечением, и поперечной силы, воспринимаемой бетоном сжатой зоны:

$$Q \leq \sum R_{a.x} F_x + \sum R_a F_0 \sin \alpha + Q_б, \quad (2.2)$$

где

$$Q_б = \frac{k_2 R_p b h_0^2}{c_0} - \quad (2.3)$$

поперечная сила, воспринимаемая сжатой зоной бетона над наклонной трещиной; R_p – расчетное сопротивление бетона растяжению; c – длина проекции наклонного сечения на продольную ось элемента; b и h_0 – ширина и рабочая высота в пределах наклонного сечения. Для элементов с наклонной сжатой гранью значение h_0 принимается у конца наклонного сечения в сжатой зоне.

Коэффициент k_2 для бетонов:

- Тяжелого и ячеистого принимают равным 2;
- На пористых заполнителях при мелком заполнителе:
 - Плотном – 1,75;
 - Пористом – 1,5.

Чтобы обеспечить прочность бетона на главные сжимающие напряжения и ограничить ширину раскрытия наклонных трещин, изгибаемые элементы во всех случаях следует проектировать с удовлетворением условия

$$Q \leq 0,35 R_{пр} b h_0. \quad (2.4)$$

При этом значение $R_{пр}$ для бетонов проектных марок выше М400 принимается как для бетона марки М400.

Удовлетворение условия (2.1) обычно обеспечивается конструктивными мероприятиями.

Чтобы удовлетворить условиям (2.2), необходим расчет.

В большинстве случаев изгибаемые элементы армируются сварными каркасами без отгибов. В этом случае длина проекции наклонного сечения c_0 , отвечающая минимуму его несущей способности по поперечной силе (при отсутствии внешней нагрузки в пределах наклонного сечения),

$$c_0 = \sqrt{\frac{k_2 R_p b h_0^2}{q_x}}.$$

При этом правая часть уравнения (2.2) – это наименьшее значение поперечной силы, воспринимаемой хомутами и бетоном,

$$Q_{x.б.} = 2 \sqrt{k_2 R_p b h_0^2 q_x}, \quad (2.5)$$

где

$$q_x = \frac{R_{a.x} f_x n}{u} = \frac{R_{a.x} F_x}{u} \geq \frac{R_p b}{2} \quad (2.6)$$

предельное усилие в хомутах (поперечных сечениях) на единицу длины элемента; f_x – площадь поперечного сечения одной ветви хомутов (поперечных стержней); n – число ветвей в одном сечении; u – расстояние между хомутами (поперечными стержнями).

В случаях если условие

$$Q \leq k_1 R_p b h_0 \quad (2.7)$$

соблюдается, поперечное армирование назначается по конструктивным соображениям.

В формуле (2.7) коэффициент k_1 :

- Для тяжелого и ячеистого бетонов принимают равным 0,6;
- Для бетонов на пористых заполнителях принимают равным 0,4.

Для сплошных плоских плит значения k_1 увеличивают на 25%.

В балках и ребрах высотой более 300 мм поперечные стержни (хомуты) независимо от расчета должны быть расположены по всей длине, а при

высоте 150-300 мм – у опор на участках длиной не менее $1/4$ пролета. При высоте элемента менее 150 мм, если соблюдается условие (2.7), поперечную арматуру можно не ставить.

Если поперечное армирование требуется по расчету, то расстояние между поперечными стержнями (хомутами)

$$u_{\text{макс}} \leq \frac{0,75 k_2 R_p b h_0^2}{Q}. \quad (2.8)$$

При армировании элементов вязанными каркасами из отдельных стержней избыток поперечной силы сверх $Q_{\text{х.б.}}$ целесообразно передавать на отогнутую арматуру. Необходимое сечение отгибов, располагаемых в одной наклонной плоскости,

$$F_0 = \frac{Q - Q_{\text{х.б.}}}{R_{a,x} \sin \alpha}. \quad (2.9)$$

Отогнутая арматура должна быть расположена так, чтобы расстояние от грани свободной опоры до верхнего конца первого от опоры отгиба не превышало 50 мм (рис. 1.5, а). Нижний конец последнего отгиба при равномерно распределенной нагрузке должен располагаться не ближе к опоре, чем точка пересечения эпюры Q с эпюрой $Q_{\text{х.б.}}$ (рис. 1.5, б), а при сосредоточенных нагрузках – на расстоянии от этой точки в сторону опоры не более $u_{\text{макс}}$ (рис. 1.5, в).

Для обеспечения прочности наклонного сечения на действие изгибающего момента начало отгиба в растянутой зоне должно отстоять от нормального сечения, в котором отгибаемый стержень полностью используется по моменту, не менее чем на $0,5h_0$, а конец отгиба должен быть расположен не ближе того нормального сечения, в котором по расчету отгибаемый стержень не требуется (рис. 1.5, г).

Отгибаемые стержни рекомендуется располагать на расстоянии не менее $2d$ от боковых граней элемента.

Обрывы растянутых стержней должны заводиться за нормальное сечение, в котором эти стержни перестают требоваться по расчету, на длину не менее $20d$ и не менее

$$\omega = \frac{Q - R_a F_0 \sin \alpha}{2q_{x,\omega}} + 5d, \quad (2.10)$$

где

$$q_{x,\omega} = \frac{R_{a,x}f_x n}{u} = \frac{R_{a,x}F_{a,x}}{u}. \quad (2.11)$$

2. Расчет поперечной арматуры

Расчет поперечной арматуры состоит в определении диаметра ее стержней и шага u . Ход расчета зависит от вида армирования.

Задача типа I. Вся поперечная сила воспринимается только хомутами (поперечными стержнями) и бетоном при армировании сварными каркасами.

Задача типа II. Поперечную силу, кроме хомутов и бетона, воспринимают еще и отгибы при армировании вязанными каркасами или при наличии натягиваемых на бетон пучков.

Алгоритм расчета для задач обоих типов представлен в табл. 1.4.

Задача типа I

Пример 1.14. Дана железобетонная балка пролетом 6 м; размеры сечения $h=50$, $b=25$, $h_0=41$ см; расчетная поперечная сила $Q=9$ тс; бетон марки М200 ($m_{б1}=0,85$, $R_{пр}=0,85 \cdot 90=77$ кгс/см²; $R_p=0,85 \cdot 7,5=6,4$ кгс/см²); поперечная арматура из стали класса А-I ($R_{a,x}=1700$ кгс/см²); балка армируется сварными каркасами без отгибов.

Рассчитать поперечную арматуру, определить диаметр поперечных стержней.

Решение. Проверяем условие (2.4)

$$0,35R_{пр}bh_0=0,35 \cdot 77 \cdot 25 \cdot 47=33 \text{ тс} > 9 \text{ тс}.$$

Проверяем условие (2.7):

$$k_1R_pbh_0=0,6 \cdot 6,4 \cdot 25 \cdot 47=4,54 \text{ тс} < 9 \text{ тс}.$$

Максимально допустимое расстояние между поперечными стержнями

$$u_{\max} = \frac{0,75k_2R_pbh_0^2}{Q} = \frac{0,75 \cdot 2 \cdot 6,4 \cdot 25 \cdot 47^2}{9000} = 59 \text{ см}.$$

Принимаем $d_x=6$ м; $f_x=0,283$ см².

Балка армируется двумя плоскими каркасами; при этом $F_{a.x.} = 2 \cdot 0,283 = 0,56 \text{ см}^2$.

По формуле (2.5) продольное усилие в поперечных стержнях, приходящееся на единицу длины балки,

$$q_x = \frac{(0,5Q_{x.б.})^2}{k_2 R_p b h_0^2} = \frac{0,25 \cdot 9000^2}{2 \cdot 6,4 \cdot 25 \cdot 47^2} = 28,6 \text{ кгс/см.}$$

По выражению (2.6) определяем необходимый шаг поперечных стержней

$$u = \frac{R_{a.x.} F_{a.x.}}{q_x} = \frac{1700 \cdot 0,566}{28,6} = 33,7 \text{ см.}$$

Принимаем по конструктивным соображениям $u_x = 15 \text{ см} < h/3 = 50/3$ и располагаем поперечные стержни с этим шагом на участках длиной $l/4 = 6/4 = 1,5 \text{ м}$ от опор. На остальной части пролета $u_x = 35 < 3/4h = (3 \times 50)/4 = 37,5 \text{ см}$.

Таблица 1.4 Алгоритмы расчета поперечной арматуры

Порядок действий	Тип задачи	
	I (при отсутствии отгибов)	II (при наличии отгибов)
1	Проверяем условие (2.4). При несоблюдении этого условия увеличиваем размеры сечения; иначе переходим к п.2	
2	Проверяем условие (2.7). При соблюдении этого условия расчет окончен; иначе переходим к п. 3	
3	По формуле (2.8) определяем $u_{\text{макс}}$	
4	Задаемся с учетом конструктивных требований диаметром хомутов $d_x(f_x)$	Диаметром $d_x(f_x)$ и шагом $u \leq u_{\text{макс}}$ для хомутов
5	По формуле (2.5) определяем q_x	Переходим к п. 6
6	По формуле (2.6) определяем u	По формуле (2.6) определяем q_x
7	Назначаем шаг хомутов u , который не должен превышать значений, полученных в пп. 3, 6 и оговоренных конструктивными требованиями. Конец	По формуле (2.5) определяем $Q_{x.б.} \geq Q$; расчет окончен; иначе переходим к п. 8

8	По формуле (2.9) определяем F_0 во всех сечениях, где $Q > Q_{x.б}$. Конец
---	---

Пример 1.15. Дано: железобетонная балка с размерами поперечного сечения $b=20$, $h=45$, $h_0=42$ см; марка бетона М300 ($R_p=10$ кгс/см² ; арматура в виде двух сварных каркасов с поперечной арматурой из стали класса А-I ; $d_x=6$ мм (на приопорных участках длиной $l/4$) ; расчетная поперечная сила на опоре $Q=13$ тс.

Проверить несущую способность балки по наклонному сечению.

Решение.

$$q_x = \frac{R_{a.x} f_x n}{u_x} = \frac{1700 \cdot 0,283 \cdot 2}{15} = 64,4 \text{ кгс/см.}$$

Поперечная сила, воспринимаемая косым поперечным сечением,

$$Q_{x.б} = 2 \sqrt{k_2 R_p b h_0^2 q_x} = 2 \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 42^2 \cdot 64,4} = 2 \cdot 6730 = 13\,460 \text{ кгс} = 13,46 > Q = 13 \text{ тс.}$$

Несущая способность наклонного сечения обеспечена.

Практическое занятие №9

Задача типа II

Пример 1.16. Дано: балка с размерами поперечного сечения $b=25$ и $h_0=55$ см; бетон марки М200 ($m_{б1}=1$, $R_{пр}=90$ кгс/см²; $R_p=7,5$ кгс/см²); поперечная арматура включает двухцветные хомуты из стали класса А – I ($R_{a. x}=1700$ кгс/см²) и отгибы из стали класса А – II ($R_{a. x}=2150$ кгс/см²). Эпюра поперечных сил показана на **рис. 1.5**. Поперечная сила у опоры $Q_1=30\,000$ кгс, на 55 см от опоры $Q_2=25\,000$ кгс. Необходимо подобрать поперечную арматуру.

Решение. Последовательно проверяем условия (2.4) и (2.7). Первое из этих условий $Q_1=30\ 000 < 0,35R_{пр}bh_0=0,35\cdot 90\cdot 25\cdot 55=43\ 200$ кгс, что указывает на достаточность принятого сечения.

Второе условие $Q_1=30\ 000 > 0,6 R_{пр}bh_0=0,6\cdot 7,5\cdot 25\cdot 55=6160$ кгс; поперечную арматуру необходимо подобрать по расчету.

По формуле (2.8)

$$u_{\max} = \frac{0,75k_2R_pbh_0^2}{Q_1} = \frac{0,75\cdot 2\cdot 7,5\cdot 25\cdot 55^2}{30\ 000} = 28,3 \text{ см.}$$

Задаемся диаметром хомутов $d_x=8$ мм ($f_x=0,503$ см²) и их шагом $u=15 < u_{\max}=28,3$ см и меньше $1/3h_0\approx 18$ см.

Теперь последовательно определяем:

По формуле (2.6)

$$q_x = \frac{R_{a.x}f_x n}{u} = \frac{1700\cdot 0,503\cdot 2}{15} = 114 \text{ кгс/см;}$$

По формуле (2.5)

$$Q_{x.б} = 2\sqrt{k_2R_p bh_0^2 q_x} = 2\sqrt{2\cdot 7,5\cdot 25\cdot 55^2\cdot 114} = 22\ 700 < Q_1 = 30\ 000 \text{ кгс}$$

необходима постановка отгибов.

Площадь сечения первой плоскости отгибов по формуле (2.9)

$$F_{01} = \frac{Q_1 - Q_{x.б.}}{R_{a.x} \sin \alpha} = \frac{30\ 000 - 22\ 700}{2150\cdot 0,707} = 4,8 \text{ см}^2.$$

Предположим, что продольная арматура подобрана из стержней диаметром 18 мм, тогда отогнутые стержни примем в виде 2Ø18АП ($F_{01}=5,09$ см²). Отгибы первой полосы перекрывают участок эпюры поперечных сил длиной примерно 55 см, за пределами которой $Q_2 = 25\ 000 > Q_{x.б.} = 22\ 700$ кгс, следовательно, нужна постановка второй плоскости отгибов. Площадь их сечения

$$F_{02} = \frac{Q_2 - Q_{x.б.}}{R_{a.x} \sin \alpha} = \frac{25\ 000 - 22\ 700}{2150\cdot 0,707} = 1,51 \text{ см}^2.$$

Принимаем 1Ø18АII ($F_{02}=2,55 \text{ см}^2$).

Начало отгибов второй плоскости располагаем над концом первой; тогда длина участка занимаемого двумя плоскостями отгибов, равна: $55+5=105$ см и полностью перекрывает длину эшюры избыточных поперечных сил

$$x = \frac{(Q_1 - Q_{x.б.}) \cdot 55}{Q_1 - Q_2} = \frac{(30\,000 - 22\,700) \cdot 55}{30\,000 - 25\,000} = 80 \text{ см.}$$